Hesse/Schrader

Carsten Roelecke

Der Pilotentest

ISBN 978-3-8218-5943-9

Liebe Leserinnen, liebe Leser,

zum besseren Verständnis haben wir Ihnen hier zu den schwierigsten Aufgaben aus den Bereichen Mathematik und Physik Kommentare, Rechnungen und ausführliche Lösungswege zusammengestellt.

- **Rechentest**, *4. Teil: Brüche, Funktionen, Potenzen und Textaufgaben*
  (Im Buch: Aufgaben Seite 89 – 98, Lösungen Seite 368)
- **Physik**
  (Im Buch: Aufgaben Seite 141 – 153, Lösungen Seite 370 – 371)

Eichborn

Mathematik

4. Teil: Brüche, Funktionen, Potenzen und Textaufgaben

(Im Buch: Aufgaben Seite 82 – 89, Lösungen Seite 322)

1.

a) Mache aus dem Bruch 17/25 einen Dezimalbruch (Bruch mit Nenner 100, 1000,..)

Dazu muss man den Bruch mit 4 erweitern: $\frac{17 \times 4}{25 \times 4} = \frac{68}{100}$ = $\underline{0{,}68}$

Erweitern: Zähler und Nenner mit derselben Zahl multiplizieren

b) Mache aus der Dezimalzahl einen Dezimalbruch 0,065 = $\frac{65}{1000}$

und kürze mit 5: $\frac{65}{1000} = \underline{\frac{13}{200}}$

Kürzen: Zähler und Nenner durch dieselbe Zahl dividieren

2.

Man kann nur Brüche mit gleichem Nenner vergleichen. Gemeinsamer Nenner (Hauptnenner) von 3/5 und 4/7 ist 35: 35 ist das kgV (kleinstes gemeinsames Vielfaches) von 5 und 7. Daher muss 3/5 mit 7 erweitert werden und 4/7 mit 5.

$\frac{3 \times 7}{5 \times 7} = \frac{21}{35}$ $\quad \frac{4 \times 5}{7 \times 5} = \frac{20}{35}$ → $\underline{3/5 > 4/7}$

Lösung d) entspricht Lösung b), man muss die Ungleichung b) nur „von rechts nach links" lesen.

3.

Vollwinkel im Kreis (= 360°) entspricht dem Bogenmaß 2π → $90° = \underline{\frac{\pi}{2}}$

4.

$2^3 \times 2^5 = 2^{3+5} = 2^8$ und $4^3 = (2^2)^3 = 2^{2 \cdot 3} = 2^6 \rightarrow 2^8 \times 2^6 = \underline{2^{14}}$

Bei gleicher Basis gilt: Potenzen werden multipliziert, indem man die Hochzahlen addiert; Potenzen werden potenziert, indem man die Hochzahlen multipliziert.

5.

a) $\frac{\sqrt{xy^2}}{x \times y^{1/2}} = \frac{\sqrt{x \times y^2}}{\sqrt{x^2} \times \sqrt{y}} = \frac{\sqrt{x \times y^2}}{\sqrt{x^2 \times y}} = \sqrt{\frac{x \times y^2}{x^2 \times y}} = \sqrt{\frac{y}{x}}$

Wurzelgesetze: $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$, $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$, $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$ speziell ist $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$

b) $\sqrt[4]{\sqrt[5]{x^2}} = \sqrt[4]{x^{2/5}} = (x^{2/5})^{1/4} = x^{\frac{2\times1}{5\times4}} = x^{\frac{2}{20}} = x^{\frac{1}{10}} = \sqrt[10]{x}$ ...

Potenzen mit gleicher Basis werden potenziert, indem man die Hochzahlen multipliziert.

c) $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{2} + \sqrt{3}) \times (\sqrt{3} + \sqrt{2})}{(\sqrt{3} - \sqrt{2}) \times (\sqrt{3} + \sqrt{2})} = \frac{(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2}{(\sqrt{3}^2 - \sqrt{2}^2)} = \frac{2 + 2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} + 3}{3 - 2} = 5 + 2\sqrt{6}$

„Rationalmachen des Nenners“: den Bruch so erweitern, dass im Nenner keine Wurzel mehr steht. ....

1. und 3. Binomische Formel: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

d) $\frac{\sqrt[4]{x} \times \sqrt[5]{y^2}}{\sqrt[3]{x^2} \times \sqrt{y^3}} = \frac{x^{1/4} \times y^{2/5}}{x^{2/3} \times y^{3/2}} = \frac{x^{1/4} \times x^{-2/3}}{y^{3/2} \times y^{-2/5}} = \frac{x^{\frac{3-8}{12}}}{y^{\frac{15-4}{10}}} = \frac{x^{-5/12}}{y^{11/10}} = \frac{1}{x^{5/12} \times y^{11/10}} = \frac{1}{\sqrt[12]{x^5} \times \sqrt[10]{y^{11}}}$

Potenzen mit gleicher Basis werden multipliziert, indem man die Hochzahlen addiert.

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

6.

Masse des Ziegelsteins: m(z) = 1 kg + 1/2 m(z) → 1/2 m(z) = 1 kg → m(z) = <u>2 kg</u>

7.

Gesucht ist das kleinste gemeinsame Vielfache (kgV) von 88 und 36.

Primfaktordarstellung: $88 = 2 \times 2 \times 2 \times 11 = 2^3 \times 11$ und $36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^2 \times 3^2$

Das kgV ist das Produkt aus allen Faktoren und zwar in ihrer höchsten Potenz.

Rechnung : $\text{kgV}(88,36) = 2^3 \times 3^2 \times 11 = \underline{792}$

8.

2. Binomische Formel: $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Rechnung: $x^2 - 10xy + 25y^2 = (x - 5y)^2 \mid \sqrt{\ }$ → $\underline{x - 5y}$

9.

Umfang eines Rechtecks: U = 2a + 2b

Rechnung : 400 = 2a + 2×3a = 8a → <u>a = 50m, b = 150m</u>

10.

Zu lösende Gleichung: 6W + 4B = 44

Rechnung : da W = 4, gilt: 24 + 4B = 44 → 4B = 20 → <u>B = 5 Euro</u>

11.

Volumen eines kreisförmigen Zylinders: V = $\pi \times r^2 \times h$

Da h = d und d = 2×r, gilt : h = 2r → r = h/2

Einsetzen in V : $V = \pi \times \left(\frac{h}{2}\right)^2 \times h = \pi \times \frac{h^3}{4}$

Auflösen nach der Höhe : $h = \sqrt[3]{\frac{4 \times V}{\pi}}$

Rechnung: $h = \sqrt[3]{\frac{4 \times 120 m^3}{\pi}}$ → h = <u>5,35 m</u>

12.

1 µm = 10^{-6} m = 10^{-5} dm = 10^{-4} cm = 10^{-3} mm = 0,001 mm | × 54 → <u>0,054 mm</u>

13.

Geometrisch betrachtet ist der Draht ein Zylinder.

Beide Volumen gleichsetzen ergibt: $\pi \times r_1^2 \times l_1 = \pi \times r_2^2 \times l_2$

Auflösen nach dem Radius r_2: $r_2^{\,2} = \frac{r_1^{\,2} \times l_1}{l_2}$ → $r_2 = \sqrt{\frac{r_1^{\,2} \times l_1}{l_2}}$

Rechnung: $r_2 = \sqrt{\frac{0{,}5^2\, mm^2 \times 50 m}{1800 m}}$ = 0,0834 mm → <u>d = 167 µm</u>

14.

Einfacher (Direkt-Proportionaler) Dreisatz

1) 0,3 kg kosten 0,48 Euro | : 0,3

2) **1,0** kg kosten $\frac{0{,}48Euro}{0{,}3}$ | $\times$ 1,25 (mittlere Zeile immer auf **1** bringen)

3) 1,25 kg kosten $\frac{0{,}48Euro \times 1{,}25}{0{,}3}$ → <u>2 Euro</u>

oder über die Verhältnisgleichung: $\frac{0{,}3kg}{0{,}48Euro} = \frac{1{,}25kg}{xEuro}$ *(„Quotientengleiche Paare")*

16.

Tangensfunktion: $\tan\alpha = \frac{Gegenkath.}{Ankath.} = \frac{h'}{l}$

h' ist die gemessene Höhe, die wahre Turmhöhe h ist um die Augenhöhe des Betrachters größer: h = h' + 1,54m

Rechnung: h' = l$\times$tanα = 150 $\times$tan 63 = 294,4 → h = 294,4 m + 1,54 m → h = <u>295,94m</u>

17.

a) Satz von Pythagoras, Formel: c² = a² + b² ; Satz ist nicht von Pythagoras, er war bereits den Babyloniern bekannt, aber Pythagoras hat ihn bewiesen. **b)** Satz des Thales. **c)** Höhensatz, Formel: h² = p$\times$q **d)** Kathetensatz: In einem rechtwinkligen Dreieck ist der Flächeninhalt des Quadrates über einer Kathete gleich dem Flächeninhalt eines Rechtecks aus der Hypotenuse und dem Hypotenusenabschnitt, der der Kathete <u>anliegt</u>.

Formel: a² = c$\times$q bzw. b² = c$\times$p

18.

l + b + h = 140 cm

h = 5b und b = l einsetzen: b + b + 5b = 140 cm → 7b = 140 cm

Ergebnis: <u>b = l = 20 cm , h = 100 cm</u>

19.

a) Volumen des Quaders: V = l$\times$b$\times$h

Auflösen nach der Höhe: $h = \frac{V}{l \times b}$

Rechnung: $h = \frac{1440m^3}{40m \times 14{,}4m}$ → <u>h = 2,5 m</u>

b) In ¼ h laufen 40 hl Wasser zu: V = 40 hl = 4000 l = 4000 dm³ = 4 m³

Rechnung: $h = \frac{4m^3}{40m \times 14{,}4m} = 6{,}94 \times 10^{-3}\,m$ → h = 6,94 mm

20.

Geometrisch gesehen ist die Kapillare ein Zylinder.

Zylindervolumen: $V_Z = \pi \times r^2 \times h$, auflösen nach dem Radius: $r^2 = \frac{V_Z}{\pi \times h}$ → $r = \sqrt{\frac{V_Z}{\pi \times h}}$

Die Flüssigkeitsmenge im Zylinder entspricht der ausgeblasenen Kugel, d.h. das Volumen des Zylinders entspricht dem Kugelvolumen:

Kugelvolumen: $V_K = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 0{,}5^3\,mm^3 = 0{,}52mm^3$

Einsetzen in Zylinder(Kapillaren-)radius: $r = \sqrt{\frac{0{,}52mm^3}{\pi \times 120mm}} = \sqrt{1{,}38 \times 10^{-3}\,mm^2} = 0{,}037mm$

Durchmesser: d = 0,074 mm → d = 74 µm

21.

Zinsen: $Z = K \times \frac{m}{12} \times \frac{p}{100}$ K: Kapital, p: Zinssatz in Prozent (Hundertstel), m: Monate

Rechnung: $Z = 500Euro \times \frac{3}{12} \times \frac{6}{100} = 500Euro \times 0{,}25 \times 0{,}06 = 7{,}50Euro$ → 507,5 Euro

22.

Doppelter Dreisatz (Fünfsatz): P = Personen T = Tage

1) 30P, 5T, 18 kg | :30

2) 1P, 5T, $\frac{18}{30}$ kg | :5

3) 1P, 1T, $\frac{18}{30 \times 5}$ kg | $\times 20$ (mittlere Zeile immer auf **1** bringen)

4) 1P, 20T, $\frac{18 \times 20}{30 \times 5}$ kg | $\times 42$

5) 42P, 20T, $\frac{18 \times 20 \times 42}{30 \times 5}$ kg → 100,8 kg

23.

Umfang des Quadrates: $U = 4 \times a$

Diagonale des Quadrates: $d = \sqrt{2} \times a$ → $a = \frac{d}{\sqrt{2}}$

Rechnung: $a = \frac{90m}{\sqrt{2}} = 63{,}64m$ → U = <u>254,56 m</u>

24.

Umgekehrt-Proportionaler Dreisatz:

$8h \times 14T = 12h \times xT$ *(„Produktgleiche Paare“)*

$x = \frac{8h \times 14T}{12h} = 9{,}33h$ → <u>x = 9 h und 20 min</u> (9 1/3 h)

25.

Vom Rad in 1 Minute zurückgelegter Weg: 2,6 m $\times 460$ = 1196 m

Geschwindigkeit: 1196 m/min = 1,196 km/min | $\times 60$ min/h → v = <u>71,76 km/h</u>

26.

$c_H \times m_H \bullet (T_H - T_M) = c_K \times m_K \times (T_M - T_K)$ ausmultiplizieren:

$c_H \times m_H \times T_H - c_H \times m_H \times T_M = c_K \times m_K \times T_M - c_K \times m_K \times T_K$ $| + c_H \times m_H \times T_M$ $| + c_K \times m_K \times T_K$

$c_H \times m_H \times T_H + c_K \times m_K \times T_K = c_K \times m_K \times T_M + c_H \times m_H \times T_M$

$c_H \times m_H \times T_H + c_K \times m_K \times T_K = T_M \times (c_K \times m_K + c_H \times m_H)$ $| : (c_K \times m_K + c_H \times m_H)$

$$T_M = \frac{c_H \cdot m_H \cdot T_H + c_K \cdot m_K \cdot T_K}{c_H \cdot m_H + c_K \cdot m_K}$$

27.

1 cm auf der Karte sind 50.000 cm in der Natur.

9 cm auf der Karte sind 9×50.000 cm = <u>4,5 km</u> in der Natur.

28.

Man bilde die Differenz beider Flächen: A(Quadrat) - A(Kreis) = $a^2 - \pi \times r^2$

Quadratfläche: $A_Q = (4cm)^2 = 16\ cm^2$, Kreisfläche: $A_K = \pi \times (2cm)^2 = 12{,}56\ cm^2$

Restfläche $A_R = 16\ cm^2 - 12{,}56\ cm^2$ → A_R = <u>3,44 cm²</u>

29.

Die Werbefläche entspricht der Mantelfläche eines Zylinders: $M = 2 \times \pi \times r \times h$

$M = 2 \times \pi \times 0{,}6\text{m} \times 2{,}6\text{m}$ → $M = \underline{9{,}8\ \text{m}^2}$

30.

$\frac{B}{G} = \frac{b}{g}$ | : b → $\frac{B}{G \times b} = \frac{1}{g}$ | Kehrwert → $\underline{g = \frac{G \times b}{B}}$

31.

$$\frac{\frac{3}{8}+\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}+\frac{3}{4}} = \frac{\frac{9+16}{24}}{\frac{4+9}{12}} = \frac{\frac{25}{24}}{\frac{13}{12}} = \frac{25 \times 12}{24 \times 13} = \frac{25 \times 1}{2 \times 13} = \underline{\frac{25}{26}}$$

32.

Kegelvolumen: $V_K = \frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times h$

Rechnung: $V_K = \frac{1}{3} \times \pi \times (2{,}5\text{cm})^2 \times 8\text{cm} = 52{,}4\ \text{cm}^3 = 52{,}4\ \text{ml}$ → $\underline{0{,}0524\ \text{l}}$ Sekt

($1\text{cm}^3 = 1\text{ml}$)

33.

Kugeloberfläche: $O_K = 4 \times \pi \times r^2$

Kugelvolumen: $V_K = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$

(1 Billion = 10^{12} 1 Milliarde = 10^9)

Anmerkung: Wegen der Abplattung an den Polen infolge der Rotation ist die Erde eigentlich keine Kugel, sondern ein Ellipsoid.

34.

$1\ \text{l} = 1\ \text{dm}^3 = 1000\ \text{cm}^3$

$\frac{3}{8}$l = 3/8 von 1000 cm^3 = 1000 ccm $\times \frac{3}{8} = \frac{3000}{8}$ ccm = 375 ccm → $\underline{375\ \text{cm}^3}$

35.

Umkehrfunktion zu: $y = 3x - 6$

1) Löse die Gleichung nach x auf: $y + 6 = 3x$ |:3 → $y/3 + 2 = x$

2) Vertausche die Variablen x und y : $\underline{x/3 + 2 = y}$

36.

Geradenschnittpunkt:

Beide Funktionen gleichsetzen: $-x - 8 = 2 - 3x$ → $2x = 10$ → $x_S = \underline{5}$

Setze die x-Koordinate x_S in eine der beiden Funktionen ein: $y = -5 - 8$ → $y_S = \underline{-13}$

Koordinaten des Schnittpunkts: $\underline{S(5|-13)}$

Achtung: Manchesmal lautet die Fragestellung in Tests auch wie folgt:

„Gegeben sind die 2 Gleichungen: $y + x + 8 = 0$ und: $y + 3x - 2 = 0$

Wie groß sind x und y?“ Dann muss man nur nach einer Variablen auflösen, z.B. nach y, und beide Ausdrücke wie oben gleichsetzen. Einzige Voraussetzung: Hinter dem Gleichheitszeichen steht dieselbe Zahl (hier jeweils 0).

37.

$\log\sqrt{ab} = \log(ab)^{1/2} = 0{,}5\times\log(ab) = 0{,}5\times(\log a + \log b) = 0{,}5\times\log a + 0{,}5\times\log b$

Nach Umformung lautet der Gesamtausdruck: $0{,}5\log a + 0{,}5\log b - 0{,}5\log b = \underline{0{,}5\log a}$

Logarithmengesetze: $\log x^n = n\times\log x$, $\log(x\times y) = \log x + \log y$

38.

Höhe teilt Giebel in 2 rechtwinklige Dreiecke → Satz des Pythagoras $l^2 = (b/2)^2 + h^2$

Rechnung: $l^2 = 4^2m^2 + 3^2m^2 = 16m^2 + 9m^2 = 25m^2$ → $l = 5m$ → Dachbalken: $\underline{l' = 5{,}5m}$

39.

Bilde einen Bruch mit Hauptnenner $b\times g$: $\frac{1}{f} = \frac{b+g}{g\times b}$ | Kehrwert → $\underline{f = \frac{g\times b}{b+g}}$

40. a) Mega c) Mikro d) Nano

41.

$R_2 = R_1 \times (1+ \alpha \times \Delta T)$ | $:R_1$ → $\frac{R_2}{R_1} = 1 + \alpha \times \Delta T$ | -1 → $\frac{R_2}{R_1} - 1 = \alpha \times \Delta T$ | : ΔT → $\underline{\alpha = \frac{\frac{R_2}{R_1} - 1}{\Delta T}}$

42.

a) Aus einem Kreis mit dem Radius r schneidet ein Winkel α einen Kreisbogen aus, das sogenannte Bogenmaß b. Zu dessen Berechnung merke man sich folgendes Verhältnis: Der Winkel α verhält sich zum Vollwinkel (360°) wie der ausgeschnittene Bogen zum Gesamtumfang ($2 \times \pi \times r$). Daraus ergibt sich die folgende Verhältnisgleichung:

$\frac{\alpha}{360°} = \frac{b}{2 \times \pi \times r}$ bzw $\frac{\alpha}{180°} = \frac{b}{\pi \times r}$ und für den Einheitskreis mit Radius r = 1 gilt $\frac{\alpha}{180°} = \frac{b}{\pi}$

Auflösen nach dem Bogenmaß: $b = \frac{\alpha \times \pi}{180°}$

Rechnung: $b = \frac{135° \times \pi}{180°}$ = <u>2,36</u> (Einheit: rad)

d) Die Lösung ist Unsinn, denn das Bogenmaß kann nie größer sein als der Kreisumfang selbst, also maximal 2π (= 6,28) beim Einheitskreis.

43.

1 Zoll = 2,54 cm = 0,254 dm

44.

$\pi = U/(2r) = \underline{U/d}$ → Vergleiche: Berechnung des Kreisumfangs: $U = 2 \times \pi \times r = \pi \times d$

Physik

(Im Buch: Aufgaben Seite 133 – 145, Lösungen Seite 324 – 325)

1.

Dichte: d = m/V

Auflösen nach der Masse: m = d V

Volumen des Drahtes ist das eines Zylinders: V(zyl) = $\pi \times r^2 \times h$

Rechnung: $m = \pi \times 0{,}1^2\ cm^2 \times 10000\ cm \times 8{,}9\ g/cm^3$ → <u>m = 2,796 kg</u>

2.

7 Basisgrößen: Länge, Zeit, Masse, Lichtstärke, Stoffmenge, Stromstärke, Temperatur

3.

b) Der Absolute Nullpunkt ist die tiefste Temperatur. Der Wert beträgt 0 K = -273,15°C. Es ist der Nullpunkt der Absoluten Temperaturskala nach Kelvin (K). Man kann den Wert jedoch nie völlig erreichen, sondern sich ihm nur annähern.

4.

a) Kraft = Masse × Beschleunigung: F = m × a (2. Newtonsches Axiom, auch Grundgleichung der Dynamik genannt)

b) Energieerhaltungssatz

5.

Da zwischen beiden Kräften ein rechter Winkel (90°) ist, gilt der Satz des Pythagoras mit der resultierenden Kraft als Hypotenuse:

$$F_R^2 = F_1^2 + F_2^2 \quad \rightarrow \quad F_R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$

Rechnung: $F_R = \sqrt{800^2 N^2 + 1500^2 N^2} = \sqrt{2890000 N^2}$ → F_R = <u>1,7 kN</u>

7.

a) Destillation: Trennung zweier mischbarer Flüssigkeiten, die sich in ihrem Siedepunkt unterscheiden.

b) Diffusion

c) Sublimation: Übergang vom festen Aggregatzustand direkt in den gasförmigen Zustand, ohne dass ein flüssiger Aggregatzustand auftritt.

d) Gefrierpunkterniedrigung: ein Eis-Kochsalz-Gemisch schmilzt früher als reines Eis, also bereits vor 0° C.

8.

Da J = N×m und N = kg×m/s² → $W = \frac{J}{s} = \frac{N \times}{s} = \frac{kg \times \frac{m}{s^2} \times m}{s} = \frac{\frac{kg \times m^2}{s^2}}{s} = \underline{\frac{kg \times m^2}{s^3}}$

9.

Hebelgesetz: $F_1 \times l_1 = F_2 \times l_2$ (Kraft mal Kraftarm = Last mal Lastarm)

Auflösen nach der Länge l_2: $l_2 = \frac{l_1 \times F_1}{F_2} = \frac{0{,}6m \times 440N}{550N}$ → l_2 = <u>4,8 dm</u>

10.

Feste Rolle: Kraft = Last

F = m×g

Auflösen nach der Masse: m = F/g

Rechnung: $m = \frac{250\text{N}}{9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \frac{250\text{kg}\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$ → m = <u>25,48 kg</u>

11.

Lose Rolle: Kraft = halbe Last, d.h. $F_1 = F_2/2$ wobei $F_2 = m_{GES} \times g$

Zu hebende Masse: 55 kg + 8,15 kg = 63,15 kg

unter Berücksichtigung der 5 % Reibung: m_{GES} = 63,15 kg+ 0,05×63,15 kg = 66,31 kg

F_2 = 66,31 kg×9,81 m/s² = <u>650,48 N</u>

F_1 = 650,48 N / 2 → F_1 = <u>325,24 N</u>

12.

Geschwindigkeit: v = s/t

Auflösen nach der Zeit: t = s/v

1. Zeitabschnitt (mit v_1= 40 km/h): $t_1 = s_1/v_1$; 2. Zeitabschnitt (mit v_2 = 60 km/h): $t_2 = s_2/v_2$

Rechnung: $t_{GES} = \dfrac{90km}{40\dfrac{km}{h}} + \dfrac{30km}{60\dfrac{km}{h}} = 2{,}25\dfrac{km \times h}{km} + 0{,}5\dfrac{km \times h}{km}$ → t_{GES} = <u>2h + 45min</u>

13.

Zeit: $t = s/v_m$ wobei v_m = mittlere Geschwindigkeit

Mittlere Geschwindigkeit: $v_m = \dfrac{v_1 + v_2}{2} = \dfrac{v_{Anf} + v_{End}}{2} = \dfrac{54\dfrac{km}{h} + 36\dfrac{km}{h}}{2} = 45km/h$

Benötigte Zeit zum Abbremsen: $t = \dfrac{500m}{45\dfrac{km}{h}} = \dfrac{0{,}5km \times h}{45km}$ = 0,011 h = 0,66 min → t = <u>40 s</u>

14.

Für die Schiefe Ebene gilt: $\dfrac{F_H}{F_G} = \dfrac{h}{l}$ mit $F_G = m \times g$

Steigung (Verhältnis von Höhenunterschied zu Längenunterschied): h/l = 5/100 (5 %)

Auflösen nach der Hangabtriebskraft: $F_H = m \times g \times 0{,}05$

Rechnung: $F_H = 800000 \text{ kg} \times 9{,}81 \dfrac{\text{m}}{\text{s}^2} \times 0{,}05 = \underline{392{,}4 \text{ kN}}$

Anmerkung: Die gesuchte Kraft ist der Richtung der Hangabtriebskraft entgegengesetzt, hat aber denselben Betrag wie diese.

15.

Die Erde ist keine vollkommene Kugel, sondern an den Polen wegen der Rotation etwas abgeflacht. Daher ist die Entfernung zum Erdmittelpunkt an den Polen kleiner als am Äquator.
Je größer diese Entfernung, um so geringer die Erdanziehung und um so geringer der Ortsfaktor und damit die Gewichtskraft.

16.

Die Feder wird von einem 3 mal so schweren Körper 3 mal so weit gedehnt. Dahinter steckt das Hookesche Gesetz, welches besagt, dass die Gewichtskraft eines Körpers der Ausdehnung einer Feder direkt-proportional ist (F ~ s).

Hookesches Gesetz: $F = D \times s$ (der Proportionalitätsfaktor D heißt Federkonstante)

Gleichungen: $F_{100} = D \times s_{100}$ und $F_{300} = D \times s_{300}$ → $\dfrac{F_{100}}{s_{100}} = \dfrac{F_{300}}{s_{300}}$ (D kann man kürzen)

Auflösen nach s_{300}: $s_{300} = s_{100} \times \dfrac{F_{300}}{F_{100}}$ wobei $F = m \times g$

Rechnung: $s_{300} = 15mm \times \dfrac{300g}{100g} = \underline{45mm}$

17.

Drehmoment: $M = F \times a$ wobei a = Abstand zum Drehpunkt

Rechnung: $M = 30 \text{ N} \times 0{,}03 \text{ m} = \underline{0{,}9 \text{ Nm}}$

18.

Hubarbeit: $W_H = F_G \times h = m \times g \times h$

Rechnung: $W_H = (75\text{ kg} + 25\text{ kg}) \times 9{,}81\ \frac{m}{s^2} \times 3m = 2943\ \frac{kg \times m^2}{s^2}$ = 2943 Nm = <u>2,94 kJ</u>

Bei der Hubarbeit interessiert nur die <u>Höhendifferenz</u>, nicht aber die Wegstrecke!

19.

Leistung: $P = \frac{W}{t}$

Arbeit: $W = F \times s$, Kraft: $F = m \times g$ → $P = \frac{m \cdot g \cdot s}{t}$ → $P = m \times g \times v$

Auflösen nach der Geschwindigkeit: $v = \frac{P}{m \times g}$

Rechnung: $v = \frac{15000W}{300kg \times 9{,}81\frac{m}{s^2}} = 5{,}097 \frac{\frac{J}{s}}{kg \times \frac{m}{s^2}} = 5{,}097 \frac{\frac{Nm}{s}}{N} = 5{,}097 \frac{Nm}{Ns}$ ≈ <u>5,1 m/s</u>

20.

Leistung: P = W / t wobei $W_H = m \times g \times h$

Rechnung: $W_H = 70\text{ kg} \times 9{,}81\text{ m/s}^2 \times 50m$ = 34335 Nm = 34,335 kJ

P = 34,335 kJ / 20s → P = <u>1,71 kW</u>

(Anmerkung: Wichtig ist hier auch der <u>Wortlaut</u> der Gleichung: Leistung ist Arbeit pro Zeit; ähnlich auch bei der Arbeit: Arbeit ist Kraft mal Weg).

21.

Gesamtdruck (absoluter Druck): $p = p_L - p_ü$

$0{,}9 \times 10^5$ Pa = 90.000 Pa = 0,9 bar (1 bar = 100.000 Pa = 10^5 Pa)

982 mbar = 0,982 bar

Rechnung: p = 0,982 bar – 0,9 bar = 0,082 bar = 82 mbar = 8200 Pa

22.

Druck: $p = \frac{F}{A}$

Auflösen nach der Kraft: $F = p \times A$

p = 978 mbar – 25 mbar = 953 mbar = 0,953 bar = 95300 N/m² (1bar = 10^5 N/m²)

Kreisfläche: $A = \pi \times r^2 = \pi \times (40 \times 10^{-3}\ m)^2$

Rechnung: $F = 95300 \frac{N}{m^2} \times \pi \times (40 \times 10^{-3}\ m)^2 = \underline{479\ N}$

23. Hydraulische Presse: p (Druckkolben) = p (Presskolben) → $\frac{F_D}{A_D} = \frac{F_P}{A_P}$

Auflösen nach F_D: $F_D = F_P \times \frac{A_D}{A_P}$ wobei $F = m \times g$

Rechnung: $FD = 1200\ kg \times 9{,}81 \frac{m}{s^2} \times \frac{8mm^2}{550mm^2} = \underline{171{,}2\ N}$

24.

Gesamtdruck: $p = p_{HYD} + p_L$

Hydrostatischer Druck: $p_{HYD} = d \times h \times g$

Luftdruck: p_L = 986,9 hPa = 98.690 Pa = 98.690 N/m²

Dichte: $d = 0{,}8 \frac{g}{cm^3} = 0{,}8 \times \frac{10^{-3} kg}{10^{-6} m^3} = 0{,}8 \times 10^3 \frac{kg}{m^3} = 800 \frac{kg}{m^3}$

Rechnung:

$$p = 800 \frac{kg}{m^3} \cdot 0{,}08m \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2} + 98690 \frac{N}{m^2} = 627{,}84 \frac{kg \cdot m}{m^2 \times s^2} + 98690 \frac{N}{m^2} = 99317{,}84 \frac{N}{m^2}$$

p = $\underline{993{,}18\ mbar}$

27.

Dichte: d = m/V

Drahtvolumen (Zylinder): V = A×l (A:Querschnittsfläche des Drahtes, l:Länge)

Einsetzen in d: $d = \frac{m}{A \times l}$

Auflösen nach der Länge: $l = \frac{m}{A \times d}$

Rechnung: $l = \frac{20000g}{0{,}02cm^2 \times 8{,}9\frac{g}{cm^3}} = \frac{20000g}{0{,}178\frac{g}{cm^3}} = \frac{20000g \times cm}{0{,}178g} = 112359{,}5cm$

→ l = <u>11236 dm</u>

28.

Masse: m = d×V

Rohrvolumen (Zylinder): V = A×l und

Rohrquerschnitt (Kreis): A = π×r²

Strömungsgeschwindigkeit: l = v×t wobei l die Rohrlänge ist

Durch die Leitung strömende Masse m = d×π×r²×v×t

Rechnung: $m = 0{,}92\frac{g}{10^{-6}m^3} \times \pi \times 0{,}25^2 m^2 \times 1\frac{m}{s} \times 3600s = 650.309.679g$ → m = <u>650,3 t</u>

29.

Ohmsches Gesetz: U = R×I wobei R: Ohmscher Widerstand

Widerstand: $R = \frac{\kappa \times l}{A}$ (κ ("Kappa"): spezifischer Widerstand des Materials)

Leiterquerschnitt (Kreis) A = π×r²

Spannung: $U = \frac{\kappa \times l}{\pi \times r^2} \times \mathrm{I}$

Rechnung: $U = \dfrac{0{,}0178\dfrac{\Omega \cdot mm^2}{m} \cdot 0{,}5m}{\pi \times 0{,}5^2\, mm^2} \cdot 6A = 0{,}068\Omega \times A = 0{,}068V$ → U = <u>68 mV</u>

30.

Ladungsmenge in einem stromdurchflossenen Leiter: $Q = I \times t$

Rechnung: Q = 4,8 A × 60 s = 288 As („Ampèresekunde") → Q = <u>288 C</u>

32.

Reihenschaltung von Widerständen: $R_{GES} = R_1 + R_2 + R_3$

Stromstärke: $I = U/R_{GES}$

Rechnung: $I = \dfrac{4V}{16\Omega} = 0{,}25\dfrac{V}{\Omega}$ → I = <u>0,25 A</u> (V / Ω = A)

33.

a) Elektrische Leistung: P = U•I mit U = 220 V (Haushaltsspannung muß bekannt sein)

Stromstärke: I = P / U

Rechnung: $I = \dfrac{1000W}{220V} = 4{,}54\dfrac{W}{V}$ → I = <u>4,54 A</u> (W / V = A)

b) Energie: $W = P \times t$

Rechnung: W = 1000 W × 4 h = 4000 Wh → W = 4 kWh

Stromkosten: 1 kWh kostet 5 Cent, 4 kWh kosten dann <u>20 Cent</u>

34.

Kapazität eines Kondensators: C = Q/U

Rechnung: $C = \dfrac{0{,}015C}{500V} = 3 \times 10^{-5}\dfrac{C}{V} = 30 \times 10^{-6} F$ → C = <u>30 µF</u> (C / V = F)

35.

Spannungsübersetzung beim Trafo: $\frac{U_P}{U_S} = \frac{n_P}{n_S}$

Auflösen nach der Sekundär-Windungszahl: $n_S = \frac{n_P \times U_S}{U_P}$

Rechnung: $n_S = \frac{250 \times 6V}{0{,}855 \times 220V} = 7{,}97$ → n_S = <u>8 Windungen</u>

36.

Stromübersetzung beim Trafo: $\frac{I_S}{I_P} = \frac{n_P}{n_S} = \frac{U_P}{U_S}$

Auflösen nach dem sekundärseitigen Strom: $I_S = \frac{I_P \times U_P}{U_S}$

Rechnung: $I_S = \frac{1A \times 220V}{3000V} = 0{,}073A$ → I_S = <u>73 mA</u>

37.

Elektrische Leistung: $P = U \times I$ und Stromstärke: $I = U/R$ → $P = \frac{U^2}{R}$

Auflösen nach dem Widerstand: $R = \frac{U^2}{P}$

Rechnung: $R = \frac{110^2 V^2}{55W} = \frac{12100V^2}{55W} = 220 \frac{V^2}{W}$ → R = <u>220 Ω</u> $(V^2/W = \Omega)$

42.

Weg des Echos: $s = v_S \times t$ (Schallgeschwindigkeit v_S in Luft = 331 m/s)

Rechnung: s = 1,5 s × 331 m/s = 496,5 m → Das Echo legt einen Weg von 496,5 m zurück.

Demnach stehen Sie 496,5 : 2 = <u>248,25 m</u> von der Felswand entfernt.

43. Reflexionsgesetz: Einfallswinkel = Reflexionswinkel

45.

A) Linsenformel: $\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$ wobei g: Gegenstandsweite, b: Bildweite, f: Brennweite

Auflösen nach der Brennweite: $\frac{1}{f} = \frac{b+g}{g \times b} \triangleright f = \frac{g \times b}{b+g}$

Rechnung: $f = \frac{20cm \times 8cm}{8cm + 20cm} = \frac{160cm^2}{28cm} = \underline{5{,}7cm}$

Oder: $\frac{1}{f} = \frac{1}{8cm} + \frac{1}{20cm} = \frac{0{,}125}{cm} + \frac{0{,}05}{cm} = \frac{0{,}175}{cm}$ | Kehrwert → f = <u>5,7 cm</u>

B) Die Brechkraft ist der Kehrwert der Brennweite <u>in Meter:</u> D = 1/f

Rechnung: $D = \frac{1}{0{,}057m} = \frac{17{,}54}{m} = 17{,}54 \times \frac{1}{m}$ → D = <u>17,54 dpt</u> (Dioptrie) (dpt = 1/m)

C) Der Abbildungsmaßstab ist das Verhältnis von Bildgröße B (Bildweite b) zur Gegenstandsgröße G (Gegenstandsweite g): β = B/G = b/g

Auflösen nach der Bildweite: $B = \frac{b \times G}{g}$

Rechnung: $B = \frac{20cm \times 2cm}{8cm} = \frac{40cm^2}{8cm}$ → B = <u>5 cm</u>

D) Für Konvexlinsen gilt: $\beta > 1$ falls f < g < 2f

46.

Die Lupe erzeugt ein virtuelles, vergrößertes und aufrechtes Bild.

47.

Ein Mikroskop erzeugt ein virtuelles, vergrößertes und umgekehrtes Bild.

48.

a) Gamma-Strahlen, b) Röntgenstrahlen, d) Rundfunkwellen (zwischen 1cm und 10m)

49.

Je kleiner die Wellenlänge, um so größer die Frequenz und um so größer die Energie einer Strahlung.

50.

Bei der subtraktiven Farbmischung ergänzen sich die Grundfarben zu Schwarz.

51.

Wärmemenge: $Q = c \times m \times \Delta T$

Setzt man beide Wärmemengen gleich, erhält man die Mischungsgleichung (H: heißere Flüssigkeit, K: kältere Flüssigkeit):

$c_H \bullet m_K \bullet (T_H - T_M) = c_K \times m_K \times (T_M - T_K)$ *bzw.* $m_K \times (T_H - T_M) = m_K \times (T_M - T_K)$ für $c_K = c_H$

Rechnung: $40kg \times (80°C - T_M) = 70kg \times (T_M - 15°C)$

$\rightarrow 3200kg \times °C - 40kg \times T_M = 70kg \times T_M - 1050kg \times °C \rightarrow 4250°C = 110 \times T_M$

auflösen nach der Mischungstemperatur: $T_M = \underline{38{,}6\ °C}$

(Hinweis: bei Wasser gilt: m = V da Dichte = 1 g/cm³)

54.

a) Leitwert: $G = 1/R$; Einheit des Leitwertes: Siemens $1\ S = 1/\Omega$ b) Kehrwert des spezifischen Widerstandes: σ ("Sigma") = $1/\kappa$; Einheit des spezif. Widerstandes: $1/(\Omega \bullet m)$

55.

b) Halbleiter c) Supraleiter

56.

a) Der Kehrwert des Gesamtwiderstandes ist die Summe der Kehrwerte aller Widerstände (Formel s. b).

b) Parallelschaltung von Widerständen: $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_2 + R_1}{R_1 \times R_2} = \frac{R_1 \times R_2}{R_2 + R_1}$

57.

Vorwiderstand: ein Widerstand wird in Reihe zum Voltmeter geschaltet.

58.

Die Ladungen sitzen stets an der Oberfläche, während das Innere eines Körpers ladungs- und feldfrei bleibt, d.h. die Ladung verteilt sich ungleichmäßig. (vgl. auch Spitzen und Kanten mit hoher Ladungsdichte).

59.

Wenn die maximale Anzahl Glühbirnen parallel geschaltet ist, beträgt der Gesamtwiderstand im Vergleich zum Einzelwiderstand nur noch: $R_{GES} = \frac{U}{I_{MAX}} = \frac{220V}{6A} = 36{,}67\Omega$. Das bedeutet, man kann maximal $\frac{600\Omega}{36{,}67\Omega} = 16{,}36$, also 16 Glühbirnen parallel schalten, ohne dass der Minimalwiderstand von 36,67 Ω unterschritten wird.

61.

a) Netzspannung (Haushaltsspannung)

63.

Zweites Kirchhoffsches Gesetz: Bei einer Stromverzweigung (Parallelschaltung) verhalten sich die Einzelströme I umgekehrt wie die Einzelwiderstände R: $\frac{R_1}{R_2} = \frac{I_2}{I_1}$

Durch R_1 dürfen nur 2 mA fließen, daher müssen bei einer Messbereichserweiterung um das Hundertfache 200–2 = 198 mA durch den Parallelwiderstand geleitet werden.

Rechnung: $R_2 = R_1 \times \frac{I_1}{I_2} = 45\Omega \times \frac{2mA}{198mA} = \underline{0{,}45\Omega}$

64.

Berechnen Sie die Leistung einer Waschmaschinenheizspirale, die in der Lage ist, innerhalb von 15 Minuten 15 l Wasser von 18 °C auf 95 °C zu erhitzen! (Die Wärmekapazität des Wassers beträgt 4,18 $\frac{J}{g \times K}$)

Wärmeenergie: W = c×m×ΔT   wobei W = P×t → P×t = c×m×ΔT

Auflösen nach der Leistung: $P = \frac{c \cdot m \cdot \Delta T}{t}$

Rechnung:

$$P = \frac{4{,}18\frac{J}{g \times K} \cdot 15l \cdot 77K}{15 \times 60s} = \frac{4{,}18\frac{J}{10^{-3}kg \times K} \times 15kg \times 77K}{900s} = \frac{4{,}18J \times 15kg \times 77K}{10^{-3}kg \times K \times 900s} = 5364{,}3\frac{J}{s} \approx \underline{5{,}4kW}$$

Anmerkung: Der Einfachheit halber wurde für Wasser eine Dichte von 1g/dm³ und somit 15 l = 15 kg gesetzt. Jedoch gilt dieser Wert streng genommen nur bei 20°C, denn die Dichte ist temperaturabhängig. Der Unterschied ist aber sehr gering.

65.

Temperaturabhängigkeit des Widerstandes: $R_2 = R_1 \times (1 + \alpha \times \Delta T)$ mit ΔT: Temperaturdifferenz

Auflösen nach dem Temperaturkoeffizienten: $\alpha = \dfrac{\frac{R_2}{R_1} - 1}{\Delta T}$

Rechnung: $\alpha = \dfrac{\frac{150\Omega}{110\Omega} - 1}{65K} = \dfrac{1{,}36 - 1}{65K} = \dfrac{0{,}36}{65K}$ → $\alpha = 5{,}54 \times 10^{-3}$ /K

Pro Kelvin ändert sich der Widerstand um 5,54 mΩ.

Beachte: Bei der Temperatur<u>differenz</u> ist es egal, ob die Angabe in °C oder K erfolgt. Einheit von α ist jedoch 1/K.

66.

„Sämtliche Potentielle Energie wird in Wärmeenergie umgewandelt" → $W_{POT} = Q$

Potentielle Energie (Lageenergie): $W_{POT} = m \times g \times h$

Wärmeenergie („Wärmemenge") $Q = m \times c \times \Delta T$ mit c: Wärmekapazität des Wassers c_{H_2O} = 4,18 J/g×K

Gleichsetzen beider Energien: $m \times g \times h = m \times c \times \Delta T$ → $g \times h = c \times \Delta T$

Auflösen nach der Temperaturdifferenz: $\Delta T = \dfrac{g \times h}{c}$

Rechnung:

$$\Delta T = \frac{9{,}81 \frac{m}{s^2} \times 50m}{4{,}18 \frac{J}{10^{-3} kg \times K}} = \frac{490{,}5 \frac{m^2}{s^2}}{4180 \frac{J \times m}{kg \times K}} = 0{,}117 \frac{m^2 \times kg \times K}{s^2 \times N \times m} = 0{,}117 \frac{m \times kg \times K}{s^2 \times kg \times \frac{m}{s^2}} = 0{,}117 \frac{m \times K \times s^2}{s^2 \times m}$$

→ ΔT = <u>0,117 K</u> (bzw. 0,117 °C, vgl. Aufgabe 64)

Anmerkung: Die potentielle Energie hat dieselbe Formel wie die Hubarbeit. Nach Heben eines Körpers der Masse m um die Höhe h hat er dort („in dieser Lage") die Lageenergie oder potentielle Energie W_{POT}. Beim Herabfallen wird genau dieser Energiebetrag wieder frei (beim Wasserfall entsteht wegen der Reibung Wärmeenergie).

67.

Die Aufgabenstellung gibt den Satz des Archimedes wider: Wird ein Körper in eine Flüssigkeit getaucht, erfährt er eine Auftriebskraft, deren Betrag unabhängig von der Gestalt und dem Material (Dichte) des Körpers ist. Die Auftriebskraft ist so groß wie die Gewichtskraft der vom Körper verdrängten Flüssigkeit:

Satz des Archimedes: $F_A = F_G = m \times g = d \times V \times g$

Rechnung: $F_A = 1\frac{kg}{dm^3} \times 5000dm^3 \times 9{,}81\frac{m}{s^2} = 49050\frac{kg \times m}{s^2} = 49050N = \underline{49{,}05kN}$

68.

Nach dem Gesetz von Gay-Lussac ist das Volumen eines Gases bei konstantem Druck proportional zur Temperatur: V ~ T → V = const × T bzw. V / T = const →

Gay-Lussac: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$ (T: absolute Temperatur in K: T(K) = t(°C) + 273,15)

Auflösen nach V_2: $V_2 = \frac{V_1 \times T_2}{T_1}$

Rechnung: $V_2 = \frac{30m^3 \times 298{,}15K}{283{,}15K} = 31{,}6m^3$ = 31600 l (1 m³ = 1000 dm³ ; 1 dm³ = 1l)

Die erwärmte Luft nimmt ein Volumen von 31,6 m³ ein. Da das Zimmer ein Volumen von 30 m³ hat (4m × 3m × 2,5m), entweichen <u>1,6 m³</u> (= 1600 l) Luft.