

Mathematische Grundlagen und Gesetze

Im Folgenden finden Sie noch einmal die gängigsten mathematischen Grundlagen und Gesetze.

Werte verschiedener Konstanten

$$\pi = 3,14$$

$$c = 3 \times 10^8 \text{ m/s} = 300.000 \text{ km/s (Lichtgeschwindigkeit)}$$

$$v_s = 330 \text{ m/s (Schallgeschwindigkeit bei Normaldruck)}$$

$$g = 9,81 \text{ m/s (Erdbeschleunigung)}$$

Potenzgesetze

$$a^x a^y = a^{x+y}$$

$$1/a = a^{-x}$$

$$(a^x)^y = a^{xy}$$

$$n\text{-te Wurzel (a)} = a^{1/n}$$

$$a^x b^x = (ab)^x$$

Eine beliebige Zahl hoch 0 ist immer 1. Ausnahme: $0^0 = 0$

Wurzeln

$$\sqrt{2} \approx 1,414 \quad \sqrt{3} \approx 1,732 \quad \sqrt{5} \approx 2,236$$

Zweierpotenzen

| | | | | | | | | | |
|-------|---|---|----|----|----|-----|-----|-----|------|
| n | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 2^n | 4 | 8 | 16 | 32 | 64 | 128 | 256 | 512 | 1024 |

Zehnerpotenzen

10^n : Zahl mit n Nullen; z. B. $10^3 = 1.000$

10^{-1} : Kommazahl mit n Nullen (inkl. Null vor dem Komma), z. B. $10^{-3} = 0,001$

Beispiele: $4.400.000 = 4,4 \times 10^5$

$$0,05 = 5 \times 10^{-2}$$

Logarithmus (Zehnerlogarithmus)

$$\log(a) = x \quad \blacktriangleright 10^x = a$$

$$\log(100) = 2 \quad \blacktriangleright 10^2 = 100$$

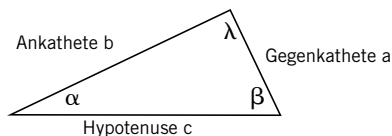
$$\log(42) = 1,62 \quad \blacktriangleright 10^{1,62} = 42$$

Trigonometrie

$\sin \alpha = \text{Gegenkathete} / \text{Hypotenuse}$

$\cos \alpha = \text{Ankathete} / \text{Hypotenuse}$

$\tan \alpha = \text{Gegenkathete} / \text{Ankathete}$



Spezielle Werte für Sinus- und Cosinusfunktionen sind:

$\sin 0^\circ = \text{Wurzel}(0)/2 = 0 = \cos 90^\circ$

$\sin 30^\circ = \text{Wurzel}(1)/2 = 0,5 = \cos 60^\circ$

$\sin 45^\circ = \text{Wurzel}(2)/2 = 0,71 = \cos 45^\circ$

$\sin 60^\circ = \text{Wurzel}(3)/2 = 0,86 = \cos 30^\circ$

$\sin 90^\circ = \text{Wurzel}(4)/2 = 1,0 = \cos 0^\circ$

Weitere mathematische Hilfen

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|-----------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
| 11 | 121 | 132 | 143 | 154 | 165 | 176 | 187 | 198 | 209 | 220 | 231 | 242 | 253 | 264 | 275 |
| 12 | 132 | 144 | 156 | 168 | 180 | 192 | 204 | 216 | 228 | 240 | 252 | 264 | 276 | 288 | 300 |
| 13 | 143 | 156 | 169 | 182 | 195 | 208 | 221 | 234 | 247 | 260 | 273 | 286 | 299 | 312 | 325 |
| 14 | 154 | 168 | 182 | 196 | 210 | 224 | 238 | 252 | 266 | 280 | 294 | 308 | 322 | 336 | 350 |
| 15 | 165 | 180 | 195 | 210 | 225 | 240 | 255 | 270 | 285 | 300 | 315 | 330 | 345 | 360 | 375 |
| 16 | 176 | 192 | 208 | 224 | 240 | 256 | 272 | 288 | 304 | 320 | 336 | 352 | 368 | 384 | 400 |
| 17 | 187 | 204 | 221 | 238 | 255 | 272 | 289 | 306 | 323 | 340 | 357 | 374 | 391 | 408 | 425 |
| 18 | 198 | 216 | 234 | 252 | 270 | 288 | 306 | 324 | 342 | 360 | 378 | 396 | 414 | 432 | 450 |
| 19 | 209 | 228 | 247 | 266 | 285 | 304 | 323 | 342 | 361 | 380 | 399 | 418 | 437 | 456 | 475 |
| 20 | 220 | 240 | 260 | 280 | 300 | 320 | 340 | 360 | 380 | 400 | 420 | 440 | 460 | 480 | 500 |
| 21 | 231 | 252 | 273 | 294 | 315 | 336 | 357 | 378 | 399 | 420 | 441 | 462 | 483 | 504 | 525 |
| 22 | 242 | 264 | 286 | 308 | 330 | 352 | 374 | 396 | 418 | 440 | 462 | 484 | 506 | 528 | 550 |
| 23 | 253 | 276 | 299 | 322 | 345 | 368 | 391 | 414 | 437 | 460 | 483 | 506 | 529 | 552 | 575 |
| 24 | 264 | 288 | 312 | 336 | 360 | 384 | 408 | 432 | 456 | 480 | 504 | 528 | 552 | 576 | 600 |
| 25 | 275 | 300 | 325 | 350 | 375 | 400 | 425 | 450 | 475 | 500 | 525 | 550 | 575 | 600 | 625 |

| | | | | | | | | | |
|----------------------|---|----|----|-----|-----|-------|-------|-------|-------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| X³ | 1 | 8 | 27 | 64 | 125 | 216 | 343 | 512 | 729 |
| X⁴ | 1 | 16 | 81 | 256 | 625 | 1.296 | 2.401 | 4.096 | 6.561 |

Einheiten und Maße

Längenmaße

| | | |
|------|---------------------|------------|
| 1 mm | = 1 Millimeter | = 0,001 m |
| 1 cm | = 1 Zentimeter | = 0,01 m |
| 1 dm | = 1 Dezimeter | = 0,1 m |
| 1 m | = 1 Meter | = 1 m |
| 1 km | = 1 Kilometer | = 1.000 m |
| 1 NM | = 1 Nautische Meile | = 1.852 m |
| 1 ft | = 1 Fuß | = 0,3048 m |

Flächenmaße

| | | |
|-------------------|-----------------------|----------------------------|
| 1 mm ² | = 1 Quadratmillimeter | = 0,000001 m ² |
| 1 cm ² | = 1 Quadratzentimeter | = 0,0001 m ² |
| 1 dm ² | = 1 Quadratdezimeter | = 0,01 m ² |
| 1 m ² | = 1 Quadratmeter | = 1 m ² |
| 1 a | = 1 Ar | = 100 m ² |
| 1 ha | = 1 Hektar | = 10.000 m ² |
| 1 km ² | = 1 Quadratkilometer | = 1.000.000 m ² |

Raummaße

| | | | |
|-------------------|---------------------|------------------------------|-----------|
| 1 mm ³ | = 1 Kubikmillimeter | = 0,000000001 m ³ | = 1 µl |
| 1 cm ³ | = 1 Kubikzentimeter | = 0,000001 m ³ | = 1 ml |
| 1 dm ³ | = 1 Kubikdezimeter | = 0,001 m ³ | = 1 l |
| 1 m ³ | = 1 Kubikmeter | = 1 m ³ | = 1.000 l |
| 1 hl | = 1 Hektoliter | = 100 l | |

Gewichte

| | | |
|-----------|----------------|---------------|
| 1 mg | = 1 Milligramm | = 0,000001 kg |
| 1 g | = 1 Gramm | = 0,001 kg |
| 1 kg | = 1 Kilogramm | = 1 kg |
| 1 t | = 1 Tonne | = 1.000 kg |
| 1 Pfund | = | 0,5 kg |
| 1 Zentner | = | 50 kg |

kgV und ggT

Aus der Schulzeit sind vielen diese beiden Abkürzungen sicherlich noch ein Begriff. Gemeint sind hier das kleinste gemeinsame Vielfache (kgV) und der größte gemeinsame Teiler (ggT).

Das kleinste gemeinsame Vielfache gegebener Zahlen ist die kleinste von Null verschiedene Zahl, die durch alle gegebenen Zahlen teilbar ist. Das kgV ermittelt man mithilfe einer Primfaktorzerlegung: Es ist das Produkt aller auftretenden Primfaktoren in ihrer höchsten Potenz.

Beispiel: Gesucht ist das kgV der Zahlen 12, 16 und 24.

$$\begin{array}{l} 12: \quad 2 \times 2 \quad \quad \quad \times 3 \\ 16: \quad 2 \times 2 \times 2 \times 2 \\ 24: \quad 2 \times 2 \times 2 \quad \quad \times 3 \\ \text{kgV} \quad 2 \times 2 \times 2 \times 2 \quad \times 3 \quad = 48 \end{array}$$

Der größte gemeinsame Teiler gegebener Zahlen ist die größte Zahl, die alle gegebenen Zahlen teilt. Auch den ggT ermittelt man mithilfe der Primfaktorzerlegung: Der ggT ist das Produkt der Primfaktoren, die alle Zahlen gemeinsam haben, in ihrer niedrigsten Potenz.

Beispiel: Gesucht ist der ggT der Zahlen 12, 16 und 24.

$$\begin{array}{l} 12: \quad 2 \times 2 \quad \quad \quad \times 3 \\ 16: \quad 2 \times 2 \times 2 \times 2 \\ 24: \quad 2 \times 2 \times 2 \quad \quad \times 3 \\ \text{kgV} \quad 2 \times 2 \quad \quad \quad = 4 \end{array}$$

Multiplikation und Division von Brüchen

Bruchzahlen werden multipliziert, indem man die Zähler und Nenner je miteinander multipliziert. Anschließend muss der Bruch gekürzt werden.

$$\text{Beispiel:} \quad \frac{4}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{4 \times 1}{3 \times 4} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

Zwei Brüche werden dividiert, indem man die erste Bruchzahl mit dem Kehrwert der zweiten Bruchzahl multipliziert. Auch hier wird der Bruch anschließend wieder gekürzt.

$$\text{Beispiel:} \quad \frac{1}{8} \times \frac{3}{4} = \frac{1 \times 4}{8 \times 3} = \frac{4}{24} = \frac{1}{6}$$

Gleichungen

Viele komplexe Textaufgaben erfordern das Aufstellen von Gleichungen. Dazu muss man den Text in seine Einzelteile zerlegen und jeden Term genau bestimmen. Wenn z. B. von »... der Hälfte...« eines bestimmten Betrages die Rede ist, muss als Term » $\frac{x}{2}$ « geschrieben werden. Bei einem Drittel heißt es dann » $\frac{x}{3}$ « usw.

Bei der Lösung von Gleichungen ist immer zu beachten, dass die Termumformungen auf beiden Seiten stattfinden müssen. Oft stoßen Sie auch auf Aufgaben, die das Aufstellen von 2 oder mehr unbekanntem in Gleichungen erfordern. Auch gilt es in einigen Fällen, eine quadratische Gleichung zu lösen. Wie Sie solche Gleichungen bzw. Gleichungssysteme lösen, zeigen wir Ihnen exemplarisch im Folgenden.

Gleichungen mit 1 Unbekannten

Hier gilt es, durch Termumformungen X zu isolieren, sodass zum Schluss das X alleine auf einer Seite der Gleichung steht.

Beispielaufgabe: $2X - 4 = 14$

$$2X - 4 = 14 \quad | + 4$$

$$2X - 4 + 4 = 14 + 4$$

$$2X = 18 \quad | : 2$$

$$\frac{2X}{2} = \frac{18}{2} \quad \blacktriangleright \quad X = 9$$

Gleichungen mit 2 Unbekannten

Wenn Sie in einer Aufgabe auf 2 unbekannte Größen stoßen, müssen Sie auch 2 Gleichungen zu dieser Aufgabe aufstellen. Merke: Die Zahl der Unbekannten muss immer der Anzahl der aufgestellten Gleichungen entsprechen.

Beispiel: Sie erhalten ein Gleichungssystem mit 2 Gleichungen. Gehen Sie zum Lösen nun wie folgt vor:

$$5X + 10Y = 120 \quad (\text{I})$$

$$X + Y = 17 \quad (\text{II})$$

Nehmen Sie nun eine der beiden Gleichungen und isolieren Sie eine Unbekannte. In unserem Beispiel wählen wir die Gleichung (II) und isolieren das X .

$$X = 17 - Y \quad (\text{III})$$

Nun setzen wir den erhaltenen Ausdruck für X , Gleichung (III), in die noch nicht bearbeitete Ausgangsgleichung (I) ein.

$$5(17 - Y) + 10Y = 120$$

Diese Formel wird nun nach den üblichen mathematischen Regeln aufgelöst:

$$5 \times 17 - 5Y + 10Y = 120$$

$$85 - 5Y + 10Y = 120$$

$$85 + 5Y = 120 \quad | - 85$$

$$5Y = 35 \quad | : 5$$

$$Y = 7$$

Das Ergebnis für Y wird nun in die Gleichung (III) eingesetzt und wir erhalten somit das Ergebnis für X:

$$X = 17 - 7 = 10$$

Die Lösungen des Gleichungssystems sind nun also die 7 für das Y und die 10 für das X.

Gleichungen mit 3 Unbekannten

Die Vorgehensweise beim Lösen dieser Gleichungssysteme ist dieselbe wie beim Lösen von Gleichungssystemen mit 2 Unbekannten. Durch Termumformungen und geschicktes Ersetzen von unbekanntem Größen durch Formel­ausdrücke gilt es, 2 der 3 Unbekannten zu eliminieren, um zu einer Gleichung zu gelangen, die nur noch eine Unbekannte enthält und gelöst werden kann. Beachten Sie hierzu folgendes Beispiel:

$$5a + 10b + 50c = 155 \quad (I)$$

$$a + b + c = 9 \quad (II)$$

$$b - 2c = 0 \quad (III)$$

$$\text{Aus (III) folgt: } b = 2c \quad (IV)$$

Einsetzen von (IV) in (I) bzw. (II) liefert:

$$5a + 10 \times 2c + 50c = 155 \quad \blacktriangleright \quad 5a + 20c + 50c = 155 \quad \blacktriangleright \quad 5a + 70c = 155 \quad (V)$$

$$a + 2c + c = 9 \quad \blacktriangleright \quad a + 3c = 9 \quad (VI)$$

$$\text{Aus (VI) folgt: } a = 9 - 3c \quad (VII)$$

Das Einsetzen von (VII) in (V) liefert dann:

$$5(9 - 3c) + 70c = 155 \quad \blacktriangleright \quad 45 - 15c + 70c = 155 \quad \blacktriangleright \quad 55c = 110 \quad \blacktriangleright \quad c = 2$$

Einsetzen des Ergebnisses c in (IV) bzw. (VII):

$$a = 9 - 3 \times 2 = 3 \quad \text{und} \quad b = 2 \times 2 = 4$$

Die Lösungen des Gleichungssystems sind damit

$$a = 3, \quad b = 4 \quad \text{und} \quad c = 2$$

Quadratische Gleichungen

Bevor man eine quadratische Gleichung lösen kann, muss sie durch Termumformungen in die Normalform gebracht werden.

$$2x^2 + 16x = -14 \quad | +14$$

$$2x^2 + 16x + 14 = 0 \quad | :2$$

$$x^2 + 8x + 7 = 0$$

An der Normalform kann nun die Lösungsformel für quadratische Gleichungen ansetzen: Wenn $X^2 + px + q = 0$, dann ist die Lösung der Gleichung

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

Im Beispiel bedeutet dies:

$$x^2 + 8x + 7 = 0$$

$$x_{1/2} = -\frac{8}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{8}{2}\right)^2 - 7}$$

$$x_{1/2} = -4 \pm \sqrt{9} = -4 \pm 3 \quad \blacktriangleright \quad x_1 = -1 \quad \blacktriangleright \quad x_2 = -7$$

Die Lösungen der quadratischen Gleichung sind somit -1 und -7 .

Dreisatz

Es gibt Dreisatzaufgaben mit direkter und indirekter Proportionalität. Beide Aufgabensorten werden unterschiedlich berechnet.

Direkte Proportionalität

Hier geht es darum, aus dem Text zu erkennen, welche Größen einander entsprechen. Man weiß, dass von 3 gegebenen Größen 2 einander entsprechen müssen und eine noch gefunden werden muss. Hat man also diese Feststellung aus dem Text herausgezogen, muss man nur noch eine Gleichung aufstellen, die man dann nach der gesuchten Größe auflöst.

$$\frac{X_1}{Y_1} = \frac{X_2}{Y_2}$$

Beispiel: Wie viel bezahlt man für 800 Gramm Kaffee, wenn 300 Gramm 6 Euro kosten?

$$\frac{6}{300 \text{ g}} = \frac{X}{800 \text{ g}}$$

$$X = \frac{6}{300 \text{ g}} \times 800 \text{ g} = 16 \text{ €}$$

Indirekte Proportionalität

Bei diesem Aufgabentyp verhalten sich die Größen indirekt proportional zueinander.

Das heißt, es gilt nicht mehr $\frac{X_1}{Y_1} = \frac{X_2}{Y_2}$ sondern $X_1 \times Y_1 = X_2 \times Y_2$

Beispiel: 5 Pferde kommen mit einem Wasservorrat 16 Tage aus. Wie viele Tage reicht das Wasser für 8 Pferde?

$$5 \text{ Pferde} \times 16 \text{ Tage} = 8 \text{ Pferde} \times X \quad \blacktriangleright \quad X = \frac{5 \times 16}{8} = 10 \text{ Tage}$$

Prozentrechnung

Textaufgaben zur Prozentrechnung sind meist so beschrieben, dass man die eigentliche Rechnung sofort erkennt, d. h. die Texte sind relativ einfach zu verstehen.

Es gibt zwei Arten von Textaufgaben zur Prozentrechnung:

1. Berechnen Sie den Grundwert/Prozentwert/Prozentsatz. So lauten die häufigsten Aufgaben in der Prozentrechnung. Diese lassen sich einfach durch die *Grundgleichung der Prozentrechnung* lösen:

$$\frac{W}{P} = \frac{G}{100} \quad (W - \text{Prozentwert, } G - \text{Grundwert, } P - \text{Prozentsatz})$$

Beispiel 1: Berechnen Sie 8% von 20.

Gegeben: $G = 20, p = 8$

Gesucht: W

Lösung: $W = \frac{G}{100} \times P \quad \blacktriangleright \quad W = \frac{20}{100} \times 8 = 1,6$

Beispiel 2: Wie viel Prozent sind 8 von 20?

Gegeben: $G = 20, W = 8$

Gesucht: P

Lösung: $P = \frac{100}{G} \times W \quad \blacktriangleright \quad P = \frac{100}{20} \times 8 = 40$

2. Berechnen Sie den vermehrten/verminderten Grundwert. Bei diesen Aufgaben soll auf den Grundwert ein bestimmter Prozentsatz des Grundwertes aufgeschlagen beziehungsweise von ihm abgezogen werden. Zur Berechnung dient folgende Gleichung:

$$g = G \times \left(\frac{100 \pm p}{100} \right)$$

Beispiel 3: Herr Meiers Gehalt von 2.000 € wird um 5 % erhöht. Wie viel Geld bekommt er nach der Erhöhung?

$$g = 2000 \text{ €} \times \left(\frac{100 + p}{100} \right) = 2000 \text{ €} \times 1,05 = 2100 \text{ €}$$

Zinsrechnung

Zum Lösen von Textaufgaben zur Zinsrechnung benötigt man einige Formeln, die fest vorgeschrieben sind und wahrscheinlich schon irgendwann einmal in der Schule durchgesprochen wurden. Zur »Auffrischung« einige Grundbegriffe:

Z – Zinsen K – Kapital p – Zinssatz t – Zeit in Tagen m – Zeit in Monaten

$$\text{Jahreszinsen} \quad Z = \frac{K \times p}{100}$$

$$\text{Monatszinsen} \quad Z = \frac{K \times p \times m}{100 \times 12}$$

$$\text{Tageszinsen} \quad Z = \frac{K \times p \times t}{100 \times 360}$$

Beachte: Im deutschen Bankwesen gilt

1 Jahr = 360 Tage

1 Monat = 30 Tage

Wenn nicht die Zinsen gesucht sind, sondern beispielsweise das Kapital bzw. der Zinssatz, müssen die Lösungsformeln einfach nach der gesuchten Größe umgestellt werden.

Beispiel: Die Bank XY verzinst 2.000 € mit einem Jahreszinssatz von 5 Prozent. Welcher Zinsertrag hat sich nach 5 Monaten angehäuft?

$$Z_m = \frac{2000 \text{ €} \times 5 \times 5}{100 \times 12} = 41,67 \text{ €}$$

Währungsrechnung

Beim Umrechnen von Währungen ist vorzugehen wie bei Dreisatzaufgaben mit direkter Proportionalität. Es gilt stets:

$$\frac{\text{Zielwahrung}}{\text{Ausgangswahrung}} = \text{Kursverhaltnis}$$

Beispiel: Wie viel Yen erhalt man fur 100 € (Kurs: 1,30 Yen = 1 Euro)?

$$\frac{X \text{ Yen}}{100 \text{ €}} = \frac{1,30 \text{ Yen}}{1 \text{ €}}$$

$$X \text{ Yen} = \frac{1,30 \text{ Yen}}{1 \text{ €}} \times 100 \text{ €} = 130 \text{ Yen}$$

Beispiel: 100 Goldtaler sollen im Verhältnis 2:3 aufgeteilt werden.
Wie groß ist der kleinere Teil?

Das heißt, die Taler werden zuerst in 5 Teile aufgeteilt: $\frac{100}{2+3} = 20$

Der kleinere Anteil soll nun 2 Teile ausmachen, daraus folgt: $20 \times 2 = 40$.

»40 Taler« ist unsere gesuchte Lösung. Folglich umfasst der größere Teil 60 Taler.

Flächen- und Raumberechnung

Im Folgenden finden Sie die gängigsten Grundlagen zu Flächen- und Raumberechnungen.

Flächeninhalte

| | |
|-----------------|---|
| Quadrat: | $A = a^2$ |
| Rechteck: | $A = \text{Länge} \times \text{Breite}$ |
| Parallelogramm: | $A = \text{Grundseite} \times \text{Höhe}$ |
| Dreieck: | $A = \frac{1}{2} \times \text{Grundseite} \times \text{Höhe}$ |
| Kreis: | $A = \pi \times \text{Radius}^2$ |

Volumen

| | |
|------------------------|---|
| Würfel: | $V = a^3$ |
| Quader: | $V = \text{Höhe} \times \text{Breite} \times \text{Länge}$ |
| quadratische Pyramide: | $V = \frac{1}{3} \times \text{Grundseite} \times \text{Höhe}$ |
| Zylinder: | $V = \pi \times \text{Radius}^2 \times \text{Höhe}$ |
| Kegel: | $V = \frac{\pi}{3} \times \text{Radius}^2 \times \text{Höhe}$ |
| Kugel: | $V = \frac{4}{3} \times \pi \times \text{Radius}^3$ |

Umfang

| | |
|-----------|-----------------------------|
| Quadrat: | $U = 4 \times a$ |
| Rechteck: | $U = 2 (a \times b)$ |
| Kreis: | $U = 2 \times \pi \times r$ |

Oberfläche

| | |
|---------------------------|---|
| Würfel: | $O = 6 \times a^2$ |
| Quader: | $O = 2 \times (a \times b + a \times c + b \times c)$ |
| Kugel: | $O = 4 \times \pi \times r^2$ |
| Kegel (Mantelfläche): | $O_M = \pi \times r \times s$ |
| Kegel (Gesamtoberfläche): | $O_G = \pi \times r^2 + \pi \times r \times s$ |
| Quadr. Pyramide (Mantel): | $O_M = 2 \times h_a \times a$ |
| Quadr. Pyramide (Gesamt): | $O_G = a^2 + 2 \times h_a \times a$ |

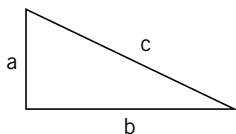
Dreieck

Grundseite: Eine beliebige Seite des Dreiecks, die als Bezugsseite genommen wird

Höhe: Steht Senkrecht auf einer Seite und geht durch den gegenüberliegenden Dreieckspunkt

Seitenhalbierende: Halbiert die Grundseite und geht durch den gegenüberliegenden Dreieckspunkt. Die drei Seitenhalbierenden teilen sich gegenseitig im Verhältnis 1 zu 2. Der Schnittpunkt der Seitenhalbierenden ist der Schwerpunkt eines gleichmäßig mit Masse belegten Dreiecks.

Rechtwinkliges Dreieck:



- *Katheten* sind Dreiecksseiten, die zueinander rechtwinklig stehen
- Eine *Hypotenuse* ist die Seite, die dem rechten Winkel gegenüberliegt, hier also c.
- In einem rechtwinkligen Dreieck gilt der Satz des Pythagoras: $a^2 + b^2 = c^2$ oder anders geschrieben: $(\text{Kathete } 1)^2 + (\text{Kathete } 2)^2 = (\text{Hypotenuse})^2$

Massen-, Dichte- und Volumenberechnung

Zur Berechnung der folgenden Textaufgabe ist nur eine einzige Formel vonnöten:

Masse $m = \text{Dichte } p \times \text{Volumen } V$

Wenn nicht die Masse gesucht ist, muss die Formel nach der Dichte bzw. nach dem Volumen umgestellt werden.

Beispiel: Welches Volumen hat ein Körper ($m = 100$ Gramm) mit der Dichte $p = 10$ Gramm/Kubikzentimeter?

$$V = \frac{m}{p} = \frac{100\text{g}}{10\text{g}} \text{cm}^3 = 10\text{cm}^3$$

Einheiten

Volumen: siehe Abschnitt Flächen und Räume

Masse: 1 Kilogramm = 1.000 Gramm = 0,001 Tonnen

Dichte: $1 \text{ kg/m}^3 = 0,001 \text{ g/cm}^3$

Berechnungen von Bewegungen

Bewegungen lassen sich physikalisch durch die folgenden Grundgleichungen beschreiben:

$$s = v \times t \leftrightarrow v = \frac{s}{t} \leftrightarrow t = \frac{s}{v}$$

$$v = a \times t \leftrightarrow a = \frac{v}{t} \leftrightarrow t = \frac{v}{a}$$

s – Weg

v – Geschwindigkeit

t – Zeit

a – Beschleunigung

Beispiel: Wie lange braucht ein Auto ($v = 80 \text{ km/h}$) für eine Strecke von 100 Kilometern?

$$t = \frac{s}{v} = \frac{100 \text{ km}}{80 \text{ km/h}} = 1,25 \text{ h}$$

Einheiten

Geschwindigkeit: $1 = \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3,6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

Weg: $1 \text{ m} = 10 \text{ dm} = 100 \text{ cm} = 1000 \text{ mm} = 0,001 \text{ km}$

Zeit: $1 \text{ h} = 60 \text{ min} = 3600 \text{ s}$

Beschleunigung: $1 = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Beachten Sie, dass man Stunden und Minuten nicht miteinander verrechnen darf, sondern sich immer für eine Zeiteinheit entscheiden muss. Ebenso verhält es sich mit Kilometern, Metern, Dezimetern, Zentimetern und Millimetern usw.